

ΘΕΜΑ 1^ο

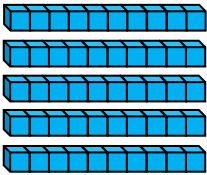
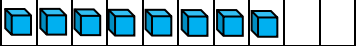
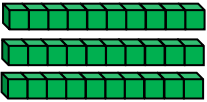
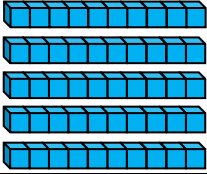
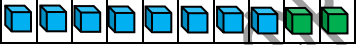
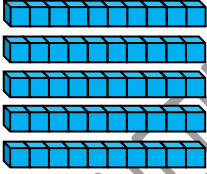
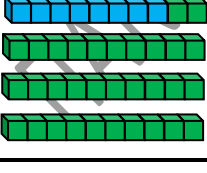
Να προτείνετε ένα μοντέλο με το οποίο θα παρουσιάσετε μία στρατηγική κατακόρυφης πρόσθεσης και, αντίστοιχα, μίας κατακόρυφης αφαίρεσης διψήφιων αριθμών που να είναι διαφορετικές από τον τυπικό αλγόριθμο κάθε πράξης. Να χρησιμοποιήσετε ως παράδειγμα:

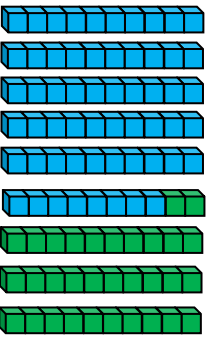
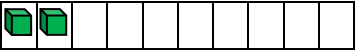
$$\begin{array}{r} \text{Α. Πρόσθεσης} \quad 58 \\ + 34 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{Β. Αφαίρεσης} \quad 64 \\ - 38 \\ \hline \end{array}$$

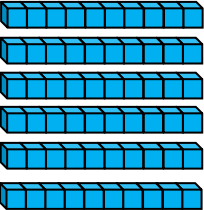
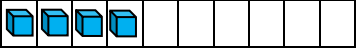
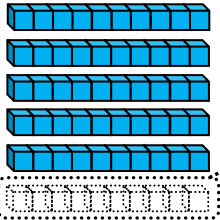
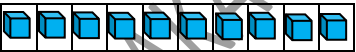
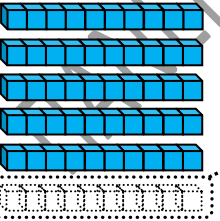
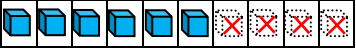
Απάντηση

Α. Η πρόσθεση

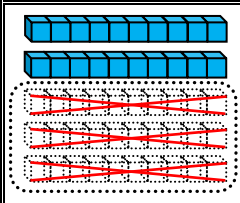
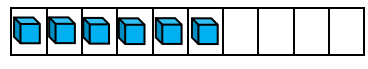
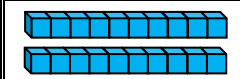
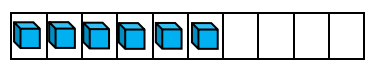
Δεκάδες	Μονάδες	Σχόλια
		Θεωρούμε τον διψήφιο αριθμό 58 που σχηματίζεται από 8 μονάδες και 5 δεκάδες, όπως δείχνει το διπλανό σχήμα.
		Θεωρούμε επίσης τον διψήφιο αριθμό 34 που σχηματίζεται από 4 μονάδες και 3 δεκάδες, όπως δείχνει το διπλανό σχήμα.
		Στη συνέχεια μεταφέρουμε τις δύο από τις 4 μονάδες του αριθμού 34 και τις τοποθετούμε δίπλα στις 8 μονάδες του αριθμού 58, όπως φαίνεται στο σχήμα, ώστε να συμπληρωθεί μία ακόμη δεκάδα.
		Συνεχίζοντας μεταφέρουμε τη δεκάδα που σχηματίσαμε στο προηγούμενο βήμα και την τοποθετούμε μαζί με τις υπόλοιπες δεκάδες, όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα.
		

Δεκάδες	Μονάδες	Σχόλια
		Συμπληρώνονται τώρα 9 δεκάδες και 2 μονάδες. Έτσι τελικά διαπιστώνουμε, ότι το άθροισμα της παραπάνω πρόσθεσης είναι ίσο με 92.

Β. Η Αφαίρεση

Δεκάδες	Μονάδες	Σχόλια
		Θεωρούμε τον διψήφιο αριθμό 64 που σχηματίζεται από 4 μονάδες και 6 δεκάδες, όπως δείχνει το διπλανό σχήμα. Από το αριθμό 64 θέλουμε να αφαιρέσουμε τον διψήφιο αριθμό 38 που σχηματίζεται από 8 μονάδες και 3 δεκάδες.
	 	Διαπιστώνουμε ότι δεν μπορούμε να αφαιρέσουμε 8 μονάδες του αφαιρετέου 38, από τις 4 μονάδες του μειωτέου 64. Για το σκοπό αυτό μετατρέπουμε μια δεκάδα του μειωτέου 64 σε μονάδες όπως φαίνεται στον διπλανό πίνακα και έχουμε τώρα στη διάθεσή μας 14 μονάδες.
	 	Αφαιρούμε τώρα διαγράφοντας τις 8 μονάδες από τις 14 που διαθέτουμε στη θέση των μονάδων. Διαπιστώνουμε ότι έχουν μείνει 6 μονάδες και 5 δεκάδες. Συνεχίζοντας στον επόμενο πίνακα πρέπει να αφαιρέσουμε 3 δεκάδες από τις 5 που έμειναν τώρα στη θέση των δεκάδων.

ΘΕΜΑΤΑ – ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

Δεκάδες	Μονάδες	Σχόλια
		Διαπιστώνουμε τώρα ότι αν αφαιρέσουμε τον διψήφιο αριθμό 38 από τον διψήφιο αριθμό 64 θα μείνουν 6 μονάδες και 2 δεκάδες.
		Τελικά η διαφορά της παραπάνω αφαίρεσης είναι ίση με 26.

ΘΕΜΑ 2^ο

A.

Γ. Δημάκος - Κ. Μπρουχούτας

Μεθοδολογία Λύσης Αριθμητικών Προβλημάτων

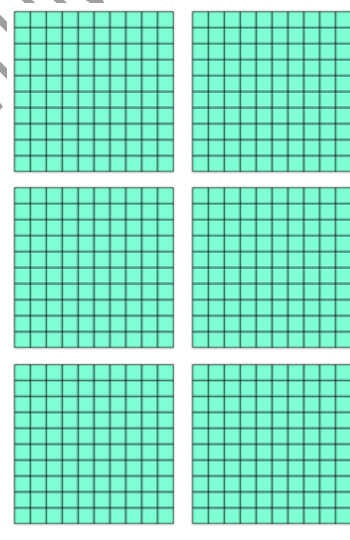
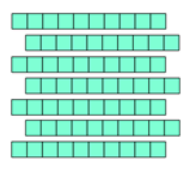
Κεφάλαιο 2^ο, Σελ. 86 – 87, Ιδ. 3^η

B.

Να παρουσιάσετε ένα σχέδιο διδασκαλίας για τη διαίρεση $679 : 7$ με υλικό δεκαδικής βάσης σε παιδιά της Δ' τάξης δημοτικού σχολείου.

Απάντηση

Έχουμε στη διάθεσή μας 679 κυβάκια μονάδες ομαδοποιημένα σε 6 εκατοντάδες, 7 δεκάδες και 9 μονάδες .

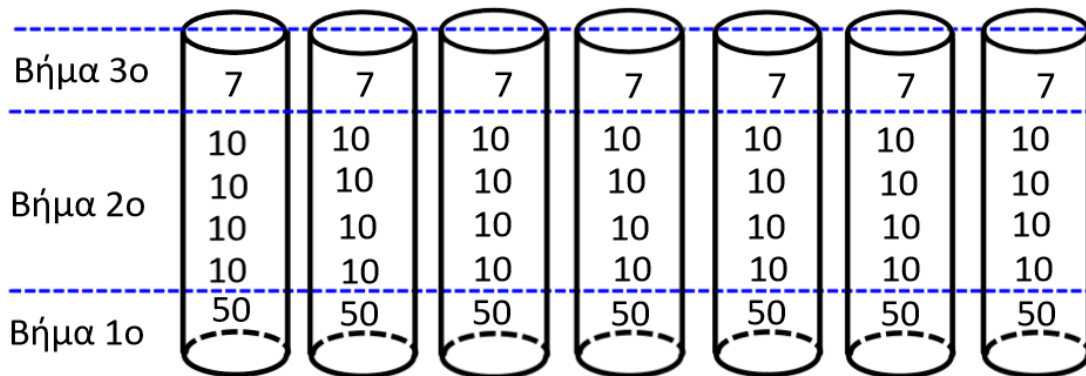
6 εκατοντάδες	7 δεκάδες
	
	9 μονάδες
	

ΘΕΜΑΤΑ – ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

Έχουμε επίσης και 7 κουβαδάκια στα οποία θα μοιράσουμε τα κυβάκια που έχουμε στη διάθεσή μας. Το ζητούμενο είναι πόσα κυβάκια θα τοποθετήσουμε σε κάθε κουβαδάκι και πόσα κυβάκια θα περισσέψουν.

Απάντηση

Τα 679 κυβάκια θα τα μοιράσουμε σε 7 κουβαδάκια που παρουσιάζονται στο επόμενο σχήμα, με τον τρόπο που περιγράφουμε.



Βήμα 1°. Χωρίζουμε τις 6 εκατοντάδες σε 12 πενήντες και τοποθετούμε τις 7 από αυτές, από μία δε κάθε κουβαδάκι.

Βήμα 2°. Τώρα έχουν μείνει $679 - 7 \cdot 50 = 679 - 350 = 329$ κυβάκια. Τα ομαδοποιούμε σε 32 δεκάδες και 9 μονάδες. Από τις 32 δεκάδες παίρνουμε τις 28 και τοποθετούμε από 4 δεκάδες στα 7 κουβαδάκια.

Βήμα 3°. Μετά το Βήμα 2° έχουν μείνει $329 - 280 = 49$ κυβάκια μονάδες.

Αυτά τα ομαδοποιούμε σε 7 επτάδες και τοποθετούμε από μία επτάδα σε κάθε ένα κουβαδάκι.

Τελικά παρατηρούμε ότι σε κάθε κουβαδάκι έχουμε τοποθετήσει 97 κυβάκια και δεν έχει περισσέψει κανένα κυβάκι.

Έτσι η διαίρεση αυτή έχει δώσει πηλίκο $\pi = 97$ και υπόλοιπο $\upsilon = 0$

ΘΕΜΑ 3°

Αν ένας φυσικός αριθμός, όταν διαιρείται με το 6 αφήνει υπόλοιπο 3, ενώ όταν διαιρείται με το 7 αφήνει υπόλοιπο 2, να βρείτε το υπόλοιπο της διαίρεσής του με τον αριθμό 42.

Απάντηση

Αν N είναι φυσικός αριθμός και ο Διαιρετέος των παραπάνω διαιρέσεων, τότε οι ταυτότητες των Ευκλείδειων διαιρέσεων είναι:

ΘΕΜΑΤΑ – ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

$$\begin{cases} N = 6\pi_1 + 3 \\ N = 7\pi_2 + 2 \end{cases}, \text{ (προφανώς } \pi_1 > \pi_2 \text{), } \begin{pmatrix} \text{πολ / με την πρώτη ισότητα επί 7} \\ \text{και τη δεύτερη ισότητα επί 6} \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 7N = 42\pi_1 + 21 \\ 6N = 42\pi_2 + 12 \end{cases}, \text{ Αφαιρούμε κατά μέλη και έχουμε:}$$

$$\Rightarrow N = 42(\pi_1 - \pi_2) + 9, \text{ (1) Είναι: } (\pi_1 - \pi_2) \in \mathbb{Z}^* \text{ και } 0 \leq 9 < 42.$$

Η σχέση (1) είναι η ταυτότητα της Ευκλείδειας διαίρεσης $N:42$ στην οποία το υπόλοιπο είναι $u=9$.

ΘΕΜΑ 4ο

Για τα 100 χρόνια της Ελληνικής Μαθηματικής Εταιρείας τα Ελληνικά Ταχυδρομεία εξέδωσαν 3.000 συλλεκτικά γραμματόσημα με κόστος 0,50 του ευρώ το καθένα. Από αυτά πουλήθηκαν 2.000 γραμματόσημα με κέρδος 40% της τιμής κόστους ενώ άλλα 200 ακυρώθηκαν γιατί βράχηκαν. Αν τα ΕΛΤΑ είχαν στόχο για συνολικό κέρδος 20% της τιμής κόστους, τότε ποια θα ήταν η τιμή πώλησης των υπολοίπων γραμματοσήμων;

Απάντηση

Τα 3.000 γραμματόσημα έχουν κόστος:

$$3.000 \cdot 0,5 = 1.500 \text{ €}$$

Τα 2.000 γραμματόσημα από αυτά πουλήθηκαν με κέρδος 40% της τιμής κόστους και τα ΕΛΤΑ εισέπραξαν:

$$1,4 \cdot 0,5 \cdot 2.000 = 1.400 \text{ €}.$$

Αφού βράχηκαν 200 γραμματόσημα μένουν ακόμα να πουληθούν:

$$3.000 - 2.000 - 200 = 800 \text{ γραμματόσημα.}$$

Τα ΕΛΤΑ για να έχουν κέρδος 20% της τιμής του κόστους πρέπει να εισπράξουν συνολικά:

$$1,20 \cdot 1.500 = 1.800 \text{ €}.$$

Έχουν ήδη εισπράξει 1.400 €, οπότε πρέπει να εισπράξουν ακόμη:

$$1.800 - 1.400 = 400 \text{ €}$$

πουλώντας τα υπόλοιπα 800 γραμματόσημα.

Άρα η τιμή πώλησης των υπολοίπων είναι:

$$400 : 800 = 0,5 \text{ € το κάθε γραμματόσημο.}$$